

## Analisis *Commognitive* Siswa Dalam Menyelesaikan Masalah Matematika Pada Materi Teorema Phytagoras

Anna Yuhanna<sup>1\*</sup>, Moh Zayyadi<sup>2</sup>, Rohmah Indahwati<sup>3</sup>

Program Studi Pendidikan Matematika, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Madura, Jawa Timur, Indonesia

Email Corresponding Author: [annayuhanna07@gmail.com](mailto:annayuhanna07@gmail.com)

---

### Info Artikel

**Article history:**

Kirim: 27/11/2025  
Terima: 23/12/2025

Publikasi: 31/12/2025

**Kata-kata kunci:**

*Commognitive*;  
Pemecahan Masalah;  
Teorema Phytagoras;  
Tahapan Polya;  
Komunikasi Matematika.

---

### ABSTRAK

Kemampuan siswa dalam menyelesaikan masalah matematika tidak hanya ditentukan oleh hasil akhir yang diperoleh, tetapi juga oleh proses berpikir dan cara siswa mengomunikasikan ide matematisnya. Analisis terhadap proses tersebut menjadi penting untuk memahami bagaimana siswa membangun makna, memilih strategi, serta merefleksikan langkah penyelesaian yang dilakukan. Oleh karena itu, penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan proses *commognitive* siswa dalam menyelesaikan masalah matematika pada materi Teorema Pythagoras. Penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif dengan jenis penelitian deskriptif. Subjek penelitian terdiri atas tiga siswa kelas VIII-A SMPN 1 Pademawu yang dipilih berdasarkan variasi strategi penyelesaian masalah dan kemampuan komunikasi matematika. Instrumen penelitian berupa soal esai Teorema Pythagoras dan pedoman wawancara. Data dikumpulkan melalui hasil pekerjaan tertulis siswa dan wawancara mendalam, kemudian dianalisis dengan mengacu pada tahapan penyelesaian masalah Polya dan komponen *commognitive* yang meliputi *word use*, *visual mediator*, *narrative*, dan *routine*. Hasil penelitian menunjukkan bahwa ketiga subjek mampu melaksanakan seluruh tahapan penyelesaian masalah, mulai dari memahami masalah hingga melihat kembali hasil yang diperoleh, dengan memanfaatkan keempat komponen *commognitive*. Meskipun demikian, setiap subjek menunjukkan pola *commognitive* yang berbeda sesuai dengan strategi yang digunakan, yaitu substitusi langsung dengan rumus, penggunaan gambar atau sketsa visual, serta strategi coba-coba menggunakan triple Pythagoras. Perbedaan tersebut tampak pada dominasi komponen tertentu, seperti penggunaan simbol formal, *mediator visual*, maupun prosedur eksploratif. Temuan penelitian ini mengimplikasikan bahwa pembelajaran matematika perlu memberikan ruang bagi keberagaman strategi dan mendorong siswa untuk mengomunikasikan proses berpikirnya secara eksplisit, sehingga pengembangan kemampuan berpikir dan komunikasi matematika dapat berjalan secara seimbang.

## 1. PENDAHULUAN

Pendidikan merupakan hal yang sangat penting dan tidak dapat dipisahkan dalam kehidupan. Salah satu bidang ilmu yang memiliki peran penting dalam kehidupan adalah matematika. Matematika merupakan salah satu ilmu dasar yang wajib dikuasai oleh generasi muda agar mampu menguasai serta mengikuti perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi (Zayyadi & Subaidi, 2017). Dalam bidang ilmu pengetahuan, matematika merupakan dasar yang sangat penting karena hampir seluruh cabang ilmu tidak terlepas dari penerapan konsep-konsep matematika atau pembelajaran matematika. Dengan demikian, setiap mata pelajaran memiliki keterkaitan dan memanfaatkan matematika sebagai bagian dari proses pembelajarannya (Kurniati & Zayyadi, 2018). Selama ini pembelajaran matematika hanya difokuskan pada pemahaman konsep (Zayyadi dkk 2019) dan berhitung. Matematika tidak sekadar berkaitan dengan angka maupun rumus, tetapi menjadi sarana untuk menumbuhkan kemampuan berpikir secara logis, kritis, kreatif, dan teratur.

Urgensi pengembangan kemampuan berpikir tinggi tersebut semakin terlihat dari hasil asesmen internasional, khususnya *Programme for International Student Assessment* (PISA). Dalam laporan terbaru PISA, Indonesia berada pada peringkat ke-70 dari 81 negara (OECD, 2023). Posisi ini menunjukkan adanya peningkatan dibandingkan pencapaian sebelumnya, meskipun skor PISA Indonesia masih berada pada kategori rendah, bahkan lebih rendah dibandingkan dengan skor beberapa tahun sebelumnya. Hasil tahun 2022 misalnya, menunjukkan bahwa skor matematika Indonesia masih relatif rendah dan belum sebanding dengan negara-negara lain. Meskipun terdapat beberapa evaluasi positif, pencapaian ini masih menunjukkan bahwa kemampuan siswa Indonesia dalam memahami dan menyelesaikan persoalan matematika perlu ditingkatkan. Melalui kegiatan menyelesaikan persoalan matematika, siswa bukan hanya mengetahui cara menjawab suatu tugas, melainkan juga terlatih untuk berpikir mandiri (Halim dkk., 2025). Siswa perlu menguasai langkah-langkah dalam menyelesaikan masalah matematika. Tanpa memahami alur penyelesaiannya, mereka cenderung tidak mampu mengembangkan kemampuan menalar (berpikir kritis) maupun keterampilan strategis, meskipun telah mengerjakan banyak soal.

Menyelesaikan masalah merupakan salah satu tujuan utama dalam pembelajaran matematika, karena melalui proses tersebut siswa dapat mengembangkan dan membangun pemahaman mereka terhadap konsep-konsep matematika. (Zayyadi & Maulana, 2016) mengungkapkan cara berpikir setiap siswa pasti erat kaitannya dengan kemampuan memecahkan masalah matematika. Hal ini dikarenakan dalam pembelajaran dan penyelesaian soal, siswa akan menggunakan pengalaman dan pengetahuan yang dimiliki untuk diterapkan dalam pemecahan masalah sehingga siswa lebih analitik dalam pengambilan keputusan. Tidak semua siswa mampu menyelesaikan permasalahan matematika dengan langkah pemecahan yang benar. Siswa sering kali menghadapi kesulitan dalam menyelesaikan soal-soal matematika. Kesulitan tersebut muncul karena siswa tidak membangun sendiri pemahaman terhadap konsep-konsep matematika, melainkan hanya menghafalnya tanpa memahami makna

yang terkandung di dalamnya. Akibatnya, saat menyelesaikan masalah matematika, siswa kerap melakukan kesalahan dan tidak dapat menemukan solusi yang tepat (Raj Acharya, 2017).

Adapun indikator yang disusun oleh Polya (1973) terdapat empat langkah yang dapat dilakukan dalam menyelesaikan masalah yaitu (1) memahami masalah, (2) menyusun rencana, (3) melaksanakan rencana, dan (4) melihat kembali hasil yang diperoleh. Dengan adanya indikator tersebut akan membantu siswa dalam menyelesaikan masalah matematika (dalam Risma & Isnarto, 2019). Dengan adanya empat indikator tersebut akan memudahkan siswa dalam menyelesaikan masalah matematika (Hidayat, 2020).

Sebagai contoh dalam materi Teorema phytagoras, teorema Pythagoras merupakan konsep geometri yang relatif mudah dipahami oleh siswa, namun memiliki keterlibatan yang luas dalam berbagai bidang matematika. Teorema Pythagoras menghubungkan banyak topik dalam matematika, seperti trigonometri, aljabar, dan geometri analitik. Hal ini memungkinkan siswa untuk mengeksplorasi berbagai strategi pemecahan masalah dan menunjukkan pemahaman mereka yang unik (Inayah, 2024). Namun selain hal tersebut dalam pembelajaran matematika khususnya pada materi teorema Phytagoras juga dibutuhkannya suatu berpikir kognitif dan komunikasi. Proses pemecahan masalah merupakan salah satu bentuk aktivitas kognitif yang bersifat individual pada setiap siswa. Walaupun berlangsung secara internal, proses tersebut tetap tidak terlepas dari peran komunikasi (Zayyadi dkk., 2019). Penyelesaian masalah yang dilakukan oleh siswa dapat dianalisis dengan commognitive (Presmeg, 2016). Sfard (2018) beranggapan bahwa berpikir dapat dikonseptualisasikan sebagai komunikasi intrapersonal antara individu dengan dirinya sendiri. Salah satu komponen kemampuan dalam PISA adalah kemampuan untuk berpikir dan berkomunikasi (Zayyadi., 2024).

Komunikasi dan berpikir digabung menjadi *commognitive*. *Commognitive* adalah gabungan dari kata *communication* dan *cognitive* (Zayyadi dkk., 2023). *commognitive* menggabungkan aspek komunikasi dan kognisi dengan penekanan bahwa berpikir merupakan bentuk dialog internal yang diekspresikan melalui bahasa dan simbol. Dengan demikian, komunikasi, baik secara tertulis maupun lisan, mencerminkan proses kognitif individu yang berperan dalam membentuk cara seseorang berbagi serta memahami pengetahuan (Halim dkk., 2025). Komponen *commognitive* terdiri dari *word use*, *visual mediator*, *narrative*, dan *routine* (Sfard., 2007). Zayyadi dkk (2019) menjelaskan keempat komponen yang terdapat didalam *commognitive* yaitu: 1) *word use* (penggunaan kata-kata) yaitu pemakaian istilah atau ungkapan dalam matematika seperti angka, simbol aljabar, dan bentuk persamaan; 2) *visual mediator* (*mediator visual*) yakni pemanfaatan objek-objek visual seperti grafik, gambar, atau diagram untuk membantu memahami konsep; 3) *narrative* (narasi) yaitu penyampaian fakta-fakta matematika berupa definisi, aksioma, rumus, atau teorema; dan 4) *Routine* (rutinitas) yaitu penjabaran urutan langkah atau prosedur yang digunakan dalam menyelesaikan suatu permasalahan matematika (Halim dkk., 2025).

Pada penelitian sebelumnya yang berjudulkan “*Commognitive* Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Persamaan Linear Satu Variabel” (Rossydhha., 2021). Pada penelitian tersebut peneliti menganalisa komognitif siswa pada penyelesaian masalah dengan pokok

bahasan persamaan linear satu variabel. Terdapat perbedaan pada penelitian sebelumnya dan pada penelitian ini yaitu: (1) pokok bahasan, Pada penelitian sebelumnya pokok bahasan yang digunakan adalah PLSV. Sedangkan pokok bahasan pada penelitian ini adalah Teorema Phytagoras. (2) Pada penelitian sebelumnya pada wacana *commognitive* pada masalah aljabar. Sedangkan pada penelitian ini wacana *commognitive* pada masalah Teorema Phytagoras.

Analisis *commognitive* dapat dimanfaatkan untuk menelaah secara lebih mendalam proses berpikir yang muncul ketika siswa menyelesaikan soal atau tugas yang diberikan. Penelaahan terhadap langkah penyelesaian siswa melalui pendekatan *commognitive* menjadi penting karena pemahaman terhadap cara berpikir siswa tidak hanya dilihat dari jawaban akhir, tetapi juga dari penggunaan kata (*word use*), mediator visual (*visual mediator*), narasi atau penalaran yang dibangun (*narrative*), serta kebiasaan atau prosedur yang diterapkan (*routine*) selama proses bekerja. Dengan mengetahui kemampuan siswa, dapat juga diketahui batas kemampuan dan kesulitan yang dialami oleh siswa. Oleh karena itu, penelitian ini mengenai analisis *commognitive* siswa dalam menyelesaikan masalah matematika pada materi teorema phytagoras.

## 2. METODE PENELITIAN

### Jenis Penelitian

Jenis penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah jenis deskriptif kualitatif. Penelitian deskriptif merupakan penelitian yang dimaksudkan untuk mengumpulkan informasi mengenai status suatu gejala yang ada, yaitu keadaan gejala menurut apa adanya pada saat penelitian dilakukan. Tujuan dari penelitian deskriptif adalah mendeskripsikan suatu fenomena beserta karakteristiknya. Pendekatan yang digunakan dalam penelitian ini adalah pendekatan kualitatif. Penelitian ini ditujukan untuk mendeskripsikan *commognitive* siswa dalam menyelesaikan masalah Teorema Pythagoras.

### Subjek Penelitian

Penentuan sampel dilakukan dengan menggunakan teknik purposive sampling yaitu teknik pengambilan sampel dengan menentukan kriteria-kriteria tertentu. Siswa kelas VIII-A di SMPN 1 Pademawu hanya 30 orang saja yang bersedia diteliti. Semua siswa kelas VIII-A diberikan soal atau tes penyelesaian masalah materi teorema phytagoras.

### Instrumen

Instrumen soal yang disusun peneliti (pada Gambar 1) merupakan soal yang dirancang agar siswa dapat terlibat aktif dalam proses penyelesaian masalah matematika dengan memanfaatkan komponen *commognitive*, yaitu *word use*, *visual mediator*, *narrative*, dan *routine*. Soal tersebut memungkinkan siswa untuk menampilkan cara berpikirnya secara tertulis, sehingga proses *commognitive* mereka dalam memahami dan menerapkan Teorema Pythagoras dapat dianalisis secara lebih mendalam. Indikator penyelesaian masalah dengan menggunakan komponen *commognitive* pada materi Teorema Pythagoras mencakup

bagaimana siswa menggunakan bahasa matematika secara tepat (*word use*), bagaimana mereka merepresentasikan situasi ke dalam gambar atau sketsa segitiga siku-siku (*visual mediator*), bagaimana mereka mengemukakan alasan atau langkah perhitungan (*narrative*), serta bagaimana mereka menerapkan prosedur penyelesaian masalah khas Teorema Pythagoras (*routine*).

**Tabel 1.** Indikator Penyelesaian Masalah dengan Komponen *Commognitive*

Tahapan Penyelesaian Masalah	Komponen <i>Commognitive</i>	Deskripsi
Memahami Masalah	<i>Word Use</i>	Mengetahui informasi yang terkait dengan masalah dan menuliskannya dengan menggunakan istilah matematika
	<i>Word use</i>	Menentukan koneksi antara data yang diketahui dan data yang tidak diketahui dengan menuliskan ke model matematika
Menyusun Rencana	<i>Visual Mediator</i>	Menentukan gambar, grafik dan tabel yang dapat digunakan untuk merepresentasikan objek matematika
	<i>Narrative</i>	Mendeskripsikan terkait penggunaan <i>word use</i> dan <i>visual mediator</i>
Melaksanakan Rencana	<i>Routine</i>	Melaksanakan langkah-langkah penyelesaian masalah terkait penggunaan visual mediator dan rumus matematika yang terkait dengan masalah
	<i>Narrative</i>	Mendeskripsikan tentang <i>routine</i> yang dilakukan
Melihat Kembali	<i>Routine</i>	Meriksa kembali terkait penggunaan <i>word use</i> , <i>visual mediator</i> , <i>routine</i> dan <i>narrative</i> dalam tahap memahami masalah, menyusun rencana dan melaksanakan rencana

Sumber: (Rossydhya dkk., 2021)

### Soal Tes

Panjang sisi miring suatu segitiga siku-siku adalah 26cm. Jika panjang salah satu sisi siku-sikunya 24cm, tentukan panjang sisi segitiga siku-siku lainnya!

### Teknik atau Prosedur Pengumpulan Data

Dalam penelitian ini, teknik yang digunakan dalam pengumpulan data adalah tes dan wawancara. Proses pengambilan data dilakukan dengan memberikan suatu permasalahan matematika kepada seluruh siswa. Dari hasil tersebut, peneliti kemudian memilih beberapa siswa sebagai subjek penelitian dengan kriteria: (1) siswa mampu menyelesaikan soal matematika sehingga dapat dianalisis menggunakan komponen-komponen *commognitive*; dan (2) siswa yang dipilih memiliki kemampuan komunikasi yang baik. Tes yang digunakan adalah tes soal teorema phytagoras dan untuk wawancara pada penelitian ini menggunakan wawancara tak terstruktur. Pada proses wawancara direkam dengan media audio sehingga hasil wawancara dapat didengar berulang-ulang dengan tujuan untuk keperluan analisis data. Siswa yang diwawancara diberikan berbagai pertanyaan untuk menggali data yang bertujuan memperjelas terhadap analisis jawaban siswa.

## Teknik Analisis Data

Peneliti mengolah data berupa transkrip jawaban penyelesaian masalah dari subjek penelitian serta transkrip hasil wawancara. Setelah dianalisis, data tersebut kemudian disusun menjadi gambaran umum dan dipilah ke dalam istilah-istilah khusus (pengodean). Data yang telah dikodekan selanjutnya dijabarkan secara rinci dan disajikan dalam bentuk uraian naratif.

## 3. HASIL DAN PEMBAHASAN

### Hasil Penelitian

Dari berbagai jawaban siswa dalam menyelesaikan masalah, peneliti mendapati bahwa setiap siswa menerapkan strategi penyelesaian yang beragam. Terdapat tiga strategi yang digunakan siswa kelas VIII-A dalam menyelesaikan masalah yaitu strategi substitusi langsung dengan rumus teorema phytagoras, strategi menggambar / sketsa visual, dan strategi coba-coba triple phytagoras. Terdapat 12 siswa yang menggunakan strategi substitusi langsung dengan rumus teorema phytagoras, 10 siswa yang menggunakan strategi strategi menggambar / sketsa visual dan 8 siswa menggunakan strategi coba-coba triple phytagoras. Peneliti memilih tiga siswa yang dijadikan subjek penelitian. Subjek dengan strategi substitusi langsung dengan rumus teorema phytagoras yang diberi inisial TK dan subjek dengan strategi menggambar / sketsa visual diberi inisial FA dan subjek dengan strategi coba-coba triple phytagoras diberi inisial SJ. Berikut ini merupakan penyelesaian masalah subjek yang menggunakan tahapan Polya yang dianalisis dengan komponen *commognitive*.

#### a. Tahap Memahami Masalah

Pada tahap memahami masalah yang dilakukan siswa TK sebagai upaya untuk menemukan alternatif jawaban dengan menggunakan *word use* baik berupa tulisan maupun lisan. *Word use* yang digunakan siswa TK pada tahap memahami masalah menggunakan istilah matematika dalam menuliskan informasi yang ada di dalam masalah. Berikut ini merupakan tahapan memahami masalah TK yang menggunakan komponen *commognitive*.

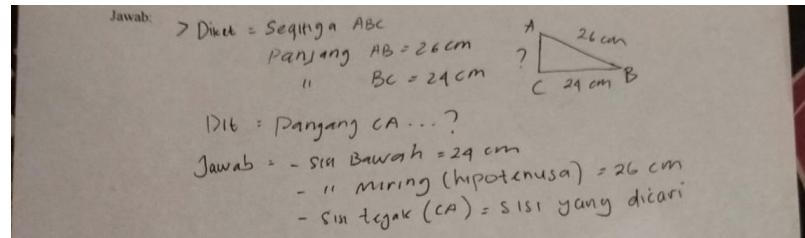
- Jawab:
- Diketahui Panjang sisi miring segitiga siku-siku  $c = 26 \text{ cm}$ ,
  - Diketahui Salah satu sisi siku-siku  $a = 24 \text{ cm}$ .
  - Ditanyakan Panjang sisi siku-siku lainnya ( $b$ )?

Gambar 1. TK Tahap Memahami Masalah

Pada pekerjaan siswa TK tersebut, terlihat bahwa penggunaan kata (*word use*) masih berada pada tingkat dasar dan berfokus pada penyebutan informasi awal. Siswa TK sudah menggunakan istilah matematika yang tepat seperti “sisi miring”, “segitiga siku-siku”, dan “sisi siku-siku”, yang menunjukkan bahwa ia memahami kosakata penting dalam materi Teorema Pythagoras. Namun, penggunaan simbol belum konsisten karena siswa TK hanya menuliskan salah satu sisi siku-siku sebagai  $a$ , sedangkan sisi lainnya baru disebut sebagai  $b$  pada bagian “Ditanyakan”, tanpa penjelasan sebelumnya. Peneliti melakukan wawancara

terhadap TK pada tahap memahami masalah. Peneliti memberikan pertanyaan “Apakah kamu mengetahui hubungan antara sisi a, b, dan c pada segitiga siku-siku?” kemudian siswa TK menjawab “ Iya, saya tahu kalau c itu sisi miring, dan rumusnya  $c^2 = a^2 + b^2$ . Saya rencananya pakai rumus itu untuk mencari b.”

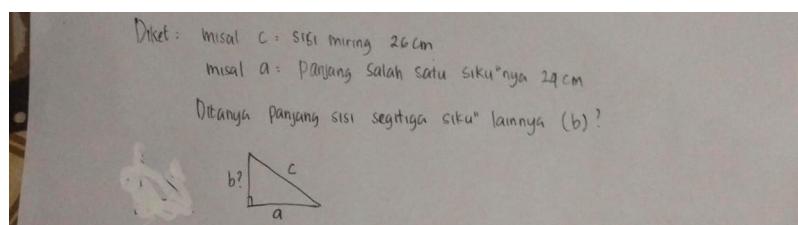
Berikut ini merupakan tahapan memahami masalah FA yang menggunakan komponen *commognitive*.



Gambar 2. FA Pada Tahap Memahami Masalah

Pada tahap memahami masalah, penggunaan kata oleh siswa FA menunjukkan bahwa ia telah mampu mengenali informasi pokok dari soal yang diberikan. Siswa menggunakan istilah matematika seperti “sisi miring (hipotenusa)”, “sisi bawah”, dan “sisi tegak” untuk membedakan bagian-bagian segitiga. Istilah tersebut sudah mencerminkan pemahaman awal tentang unsur-unsur segitiga siku-siku, meskipun masih bercampur antara istilah formal dan istilah sehari-hari. Penulisan informasi seperti “panjang AB = 26 cm” dan “BC = 24 cm” menunjukkan bahwa siswa memahami apa yang diketahui dalam soal. Di samping itu, pernyataan “CA merupakan sisi yang dicari” menggambarkan bahwa siswa telah menangkap apa yang ditanyakan. Pada tahap memahami masalah peneliti melakukan wawancara kepada siswa FA. Peneliti memberi pertanyaan “Apa alasanmu menuliskan gambar segitiga pada jawaban kamu?” lalu siswa FA menjawab “Saya menuliskan gambar segitiga supaya lebih mudah melihat posisi tiap sisi dan memastikan bahwa saya memahami bagian mana yang harus dihitung”.

Berikut ini merupakan tahapan memahami masalah SJ yang menggunakan komponen *commognitive*.



Gambar 3. SJ Tahap Memahami Masalah

Pada tahap memahami masalah, penggunaan kata yang ditunjukkan siswa SJ memperlihatkan bahwa ia mampu mengenali serta menyatakan informasi pokok dari soal, seperti “panjang sisi miring 26 cm” dan “panjang salah satu sisi siku-siku 24 cm”, yang menunjukkan pemahaman terhadap data yang diperlukan. Siswa menggunakan istilah

matematika “sisi miring”, “sisi siku-siku”, dan “panjang sisi lainnya”, yang seluruhnya termasuk kosakata baku dalam konteks geometri. Selain itu, penggunaan simbol a, b, dan c yang disertai penjelasan makna tiap-tiap sisi menunjukkan bahwa siswa SJ dapat menghubungkan kata dengan representasi simbolis. Secara keseluruhan, *word use* siswa SJ pada tahap memahami masalah telah mencerminkan kemampuan mengidentifikasi informasi esensial dari soal.

### b. Tahap Menyusun Rencana

Berikut ini merupakan tahapan menyusun rencana TK yang menggunakan komponen *commognitive*.

Rumus Pythagoras :  

$$a^2 + b^2 = c^2$$
  

$$b^2 = c^2 - a^2$$
  

$$b^2 = 26^2 - 24^2$$

Gambar 4. TK Tahap Menyusun Rencana

Pada tahap menyusun rencana, siswa TK terlihat memilih strategi menggunakan rumus Pythagoras sebagai langkah utama penyelesaian, yang ditunjukkan lewat penulisan  $a^2 + b^2 = c^2$ ; hal ini mencerminkan penggunaan *word use* yang tepat karena siswa TK memakai istilah baku seperti “rumus Pythagoras”, “sisi miring”, dan “sisi siku-siku”. Dari sisi visual mediator, siswa menggunakan simbol matematika a, b, dan c serta bentuk persamaan kuadrat untuk merepresentasikan hubungan antar sisi segitiga, sehingga rencana penyelesaian terlihat jelas melalui representasi simbolis meskipun tidak disertai gambar segitiga. Sementara itu, dari aspek naratif, siswa menuliskan langkah rencana secara ringkas seperti “Diketahui...”, “Ditanyakan...”, dan “Cek apakah hasil memenuhi rumus Pythagoras”, yang menunjukkan bahwa siswa TK dapat menjelaskan urutan rencana penyelesaian secara sederhana, meskipun penjelasan tidak terlalu panjang. Secara keseluruhan, siswa sudah menyusun rencana dengan runtut melalui penggunaan istilah yang tepat, penggunaan simbol sebagai alat bantu visual, dan narasi yang cukup jelas untuk menunjukkan bagaimana rumus akan diterapkan dalam langkah penyelesaian.

Berikut ini merupakan tahapan menyusun rencana FA yang menggunakan komponen *commognitive*.

Jawab: > Diket = Segitiga ABC  
 Panjang AB = 26 cm  
 " BC = 24 cm  
 ?  
 ? 26 cm  
 C 24 cm B

Dit : Pangjang CA ... ?

Jawab : - Sisi Baikang = 24 cm  
 - " Miring (hipotenusa) = 26 cm  
 - Sisi tegak (CA) = Sisi yang dicari

$$BC^2 + CA^2 = AB^2$$

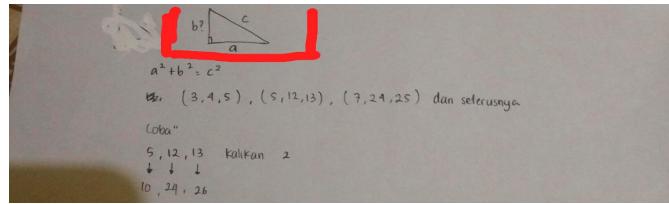
$$24^2 + CA^2 = 26^2$$

=Visual Mediator

Gambar 5. FA Tahap Menyusun Rencana

Pada tahap menyusun rencana, siswa FA menunjukkan penggunaan istilah matematika (*word use*) yang cukup tepat seperti “sisi miring (hipotenusa)”, “sisi tegak”, dan penggunaan huruf A, B, C untuk menamai titik segitiga, meskipun masih terdapat istilah informal seperti “sisi bawah” yang kurang baku dibanding “sisi alas”. Siswa juga menggunakan visual mediator berupa gambar segitiga lengkap dengan penandaan ukuran sisi serta notasi aljabar seperti  $BC^2 + CA^2 = AB^2$  yang membantu menggambarkan hubungan antar sisi sesuai Teorema Pythagoras. Selain itu, naratif yang dituliskan siswa tersusun secara runtut, mulai dari menuliskan informasi yang diketahui, menentukan sisi yang dicari, menunjukkan rumus yang akan digunakan, hingga menyimpulkan langkah yang akan ditempuh untuk menemukan panjang sisi yang belum diketahui. Secara keseluruhan, ketiga komponen tersebut menunjukkan bahwa siswa FA telah mampu menyusun rencana penyelesaian dengan menghubungkan istilah, representasi visual, dan penjelasan tertulis secara logis dan mudah dipahami.

Berikut ini merupakan tahapan menyusun rencana SJ yang menggunakan komponen *commognitive*.



Gambar 6. SJ Tahap Menyusun Rencana

Dalam tahap menyusun rencana, siswa SJ menunjukkan penggunaan istilah (*word use*) yang khas strategi coba-coba atau triple Pythagoras, yaitu dengan menuliskan “(3,4,5)”, “(5,12,13)”, serta “(7,24,25)” sebagai contoh triple Pythagoras. Istilah tersebut menunjukkan bahwa siswa memahami adanya pola tiga bilangan yang memenuhi hubungan Pythagoras dan mencoba menggunakan pola itu untuk memecahkan masalah. Siswa juga menuliskan “coba” dan “kalikan 2” ketika menghubungkan triple (5,12,13) dengan ukuran sisi pada soal, yang menunjukkan bahwa ia menggunakan pendekatan eksploratif untuk menemukan sisi yang belum diketahui. Pada komponen visual mediator, siswa menggambar segitiga dan menuliskan posisi sisi a, b, dan c sesuai triple yang ia pilih. Ia juga menuliskan angka 10, 24, dan 26 pada gambar tersebut untuk menunjukkan bahwa hasil scaling dari triple yang ia gunakan cocok dengan panjang sisi yang ada pada soal. Gambar ini menjadi penunjang visual yang memperjelas hubungan antara triple Pythagoras dan kondisi segitiga pada soal. Dari aspek naratif, siswa menuliskan langkah-langkah dengan urutan sederhana namun terlihat jelas arah berpikirnya: ia menuliskan contoh triple Pythagoras, kemudian mencoba mengalikannya agar sesuai dengan ukuran sisi yang diketahui, lalu menyimpulkan bahwa sisi yang hilang adalah 10 cm karena triple (5,12,13) menjadi (10,24,26) ketika dikalikan 2. Narasi siswa menunjukkan bahwa rencana penyelesaian yang ia susun bukan melalui penggunaan rumus langsung, tetapi

melalui proses pencocokan pola triple yang relevan dengan angka pada soal. Secara keseluruhan, pada tahap menyusun rencana, siswa menggunakan istilah yang berkaitan dengan triple Pythagoras, memanfaatkan gambar untuk menunjukkan kecocokan nilai sisi, serta menyusun narasi berbentuk langkah coba-coba yang terarah untuk menemukan panjang sisi yang dicari.

### c. Tahap Melaksanakan Rencana

Berikut ini merupakan tahapan melaksanakan rencana TK yang menggunakan komponen *commognitive*.

Rumus Pythagoras:  
 $a^2 + b^2 = c^2$   
 $b^2 + c^2 = a^2$   
 $b^2 = 24^2 - 20^2$   
 $24^2 = 676, 20^2 = 596$   
 $b^2 = 676 - 596 = 100$   
 $b = \sqrt{100} = 10$

• Cek apakah hasil memenuhi rumus Pythagoras  
 $24^2 + 10^2 = 596 + 100 = 696 = 26^2$  (Benar)

• Jadi, panjang sisi sejajar siku-siku lainnya adalah 10 cm

Gambar 7. TK Tahap Melaksanakan Rencana

Pada tahap melaksanakan rencana siswa TK melakukan proses *routine*, siswa TK menunjukkan bahwa ia mengikuti prosedur penyelesaian yang sudah umum digunakan dalam soal Teorema Pythagoras, yaitu menuliskan rumus  $a^2 + b^2 = c^2$ , mensubstitusi nilai yang diketahui, melakukan operasi pengurangan, kemudian mengambil akar kuadrat untuk memperoleh panjang sisi yang belum diketahui; langkah-langkah tersebut menunjukkan bahwa siswa mengandalkan algoritma rutin yang sudah familiar. Kemudian siswa TK melakukan proses naratif, siswa TK menyusun urutan cerita matematis yang runtut, dimulai dari penulisan informasi, penggunaan rumus, perhitungan, hingga melakukan pengecekan hasil untuk memastikan kebenaran prosesnya. Meskipun alurnya sudah jelas, narasi siswa masih memuat kesalahan kecil, yaitu menuliskan “diketahui” pada bagian yang sebenarnya merupakan proses menetapkan variabel, namun secara keseluruhan narasinya tetap menunjukkan alur berpikir yang berkesinambungan dan mudah dipahami.

Berikut ini merupakan tahapan melaksanakan rencana FA yang menggunakan komponen *commognitive*.

Jawab : - Sisi BC = 24 cm<sup>2</sup>  
- " miring (hipotenusa) = 26 cm  
- Sisi tegak (ca) = 5151 yang dicari

$BC^2 + CA^2 = AB^2$   
 $24^2 + CA^2 = 26^2$   
 $24^2 = 596, 26^2 = 676$   
 $CA^2 = 676 - 596 = 100$   
 $CA = \sqrt{100} = 10 \text{ cm}$

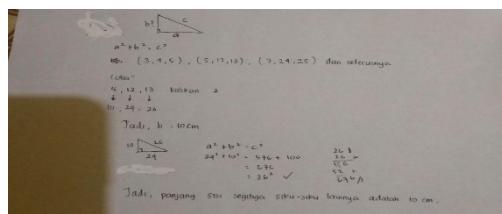
Jadi, panjang sisi sejajar siku-siku lainnya adalah 10 cm

Gambar 8. FA Tahap Melaksanakan Rencana

Pada tahap menyusun rencana menurut Polya, siswa FA menunjukkan penggunaan komponen routine dengan mengikuti langkah-langkah penyelesaian yang sudah umum dan

bersifat prosedural dalam soal Teorema Pythagoras. Siswa FA menuliskan sisi-sisi segitiga, menentukan mana yang merupakan sisi miring dan sisi siku-siku, lalu menggunakan rumus  $BC^2 + CA^2 = AB^2$  sebagai prosedur standar untuk mencari sisi yang belum diketahui. Kemudian siswa FA menggunakan komponen naratif, siswa FA menjelaskan urutan langkah secara runtut, dimulai dari menuliskan informasi soal, menetapkan sisi yang dicari, menerapkan rumus, melakukan perhitungan, hingga menarik kesimpulan mengenai panjang sisi segitiga siku-siku tersebut. Narasi yang dibuat siswa FA sudah cukup jelas dan menunjukkan alur berpikir yang sistematis, meskipun masih terdapat sedikit ketidaktepatan penulisan istilah pada bagian awal, namun secara keseluruhan rencananya menunjukkan pemahaman terhadap prosedur yang digunakan.

Berikut ini merupakan tahapan melaksanakan rencana SJ yang menggunakan komponen *commognitive*.



Gambar 9. SJ Tahap Melaksanakan Rencana

Pada tahap melaksanakan rencana, siswa SJ telah menjalankan proses penyelesaian dengan memanfaatkan routine dan naratif yang cukup jelas. Dari sisi routine, siswa SJ tidak langsung menggunakan rumus, tetapi mencoba beberapa kemungkinan pasangan bilangan yang mungkin membentuk triple Pythagoras, seperti memeriksa apakah pasangan sisi yang ada sesuai dengan pola segitiga 3–4–5 atau kelipatan lainnya. Proses mencoba ini dilakukan secara berulang hingga siswa menemukan kombinasi bilangan yang cocok, sehingga dapat menentukan panjang sisi yang dicari. Dari sisi naratif, siswa SJ menuliskan langkah-langkah percobaannya dengan sederhana, misalnya menjelaskan alasan memilih pasangan bilangan tertentu dan menunjukkan bahwa pasangan tersebut memenuhi hubungan Pythagoras. Naratif ini memperlihatkan bahwa siswa SJ memahami bahwa segitiga dalam soal merupakan segitiga siku-siku dan bahwa triple Pythagoras dapat digunakan sebagai cara cepat untuk menemukan panjang sisi. Secara keseluruhan, pekerjaan siswa SJ menunjukkan bahwa ia mampu melaksanakan rencana dengan menggabungkan kebiasaan prosedural berupa pengecekan triple Pythagoras serta penjelasan tertulis yang runtut dan mudah dipahami.

#### d. Tahap Melihat Kembali

Pada tahap melihat kembali menunjukkan bahwa siswa yang menggunakan strategi substitusi langsung, strategi visual atau gambar, serta strategi coba-coba/triple Pythagoras telah menerapkan routine berupa kebiasaan memeriksa kembali langkah dan hasil perhitungannya dengan cara yang sesuai dengan strategi masing-masing. Siswa dengan strategi substitusi langsung mengecek ulang jawabannya dengan memasukkan kembali nilai sisi ke dalam rumus

untuk memastikan bahwa hubungan Pythagoras terpenuhi. Siswa dengan strategi visual atau gambar memeriksa kembali keakuratan gambar yang dibuat, termasuk letak sudut siku-siku dan panjang sisi, untuk memastikan bahwa hasil perhitungan sesuai dengan bentuk segitiga yang digambarkan. Sementara itu, siswa dengan strategi coba-coba/triple Pythagoras meninjau kembali kecocokan bilangan yang ia pilih sebagai triple Pythagoras dan memastikan bahwa triple tersebut benar-benar memenuhi hubungan kuadrat sisi segitiga siku-siku. Pada ketiga strategi tersebut, routine yang terlihat adalah kebiasaan siswa untuk memvalidasi hasil akhir melalui pengecekan ulang, baik dengan perhitungan, gambar, maupun kecocokan pasangan bilangan, sehingga menunjukkan bahwa siswa mampu melakukan langkah reflektif dengan cara yang konsisten dan mudah dipahami.

## Pembahasan

Berdasarkan paparan data hasil penelitian, diketahui bahwa ketiga subjek penelitian telah melaksanakan tahapan penyelesaian masalah sesuai langkah Polya dengan memanfaatkan komponen *commognitive*, yaitu *word use*, *visual mediator*, *narrative*, dan *routine*. Meskipun menggunakan strategi penyelesaian yang berbeda, ketiganya menunjukkan keterlibatan proses berpikir dan komunikasi matematika yang saling berkaitan dalam setiap tahap menyelesaikan masalah.

### Tahap Memahami Masalah

Pada tahap memahami masalah, ketiga subjek sama-sama menggunakan *word use* untuk mengidentifikasi informasi yang diketahui dan ditanyakan dalam soal. Penggunaan istilah matematika seperti “sisi miring”, “sisi siku-siku”, serta simbol a, b, dan c menunjukkan bahwa siswa mampu membangun pemahaman awal melalui bahasa matematika. Perbedaan terlihat pada cara memperkuat pemahaman tersebut, di mana subjek dengan strategi visual dan triple Pythagoras juga mulai melibatkan *visual mediator* berupa gambar atau simbol pendukung untuk memperjelas situasi masalah.

### Tahap Menyusun Rencana

Pada tahap menyusun rencana, komponen *visual mediator* dan *narrative* muncul secara lebih dominan. Subjek dengan strategi substitusi langsung menggunakan simbol dan persamaan sebagai representasi visual hubungan antar sisi, subjek visual memanfaatkan gambar segitiga sebagai alat bantu utama, sedangkan subjek triple Pythagoras menggunakan daftar dan sketsa pasangan bilangan. Narasi yang dibangun oleh ketiga subjek menunjukkan bahwa mereka mampu menjelaskan alasan pemilihan strategi serta langkah yang akan ditempuh, meskipun dengan tingkat kedalaman yang berbeda. Menurut Mudaly & Mpofu (2019) bahwa perbedaan objek matematika yang digunakan dalam menyelesaikan masalah dipengaruhi oleh pemahaman konseptual yang dimiliki oleh siswa.

### **Tahap Melaksanakan Rencana**

Pada tahap melaksanakan rencana, seluruh subjek menampilkan *routine* berupa prosedur atau kebiasaan penyelesaian yang sesuai dengan strategi masing-masing. Subjek substitusi langsung dan visual mengikuti prosedur baku Teorema Pythagoras, sedangkan subjek triple Pythagoras menunjukkan *routine* yang bersifat eksploratif melalui pencocokan pola bilangan.

### **Tahap Melihat Kembali**

Pada tahap melihat kembali, ketiga subjek menunjukkan penggunaan komponen *commognitive* berupa *routine* dan *narrative*. *Routine* tampak dari kebiasaan siswa memeriksa kembali hasil penyelesaian sesuai strategi yang digunakan, sedangkan *narrative* terlihat dari penjelasan siswa mengenai alasan kebenaran hasil yang diperoleh. Menurut Leong dkk (2011) bahwa siswa yang melakukan tahapan melihat kembali merupakan siswa yang mempunyai kekawatiran terhadap alternatif jawaban yang sudah ditemukan sehingga siswa perlu melihat kembali apakah hasil dari alternatif jawaban sudah sesuai dengan masalah.

## **4. KESIMPULAN**

Berdasarkan hasil analisis terhadap jawaban siswa kelas VIII-A dalam menyelesaikan masalah Teorema Pythagoras, dapat disimpulkan bahwa ketiga subjek penelitian mampu melaksanakan tahapan penyelesaian masalah matematika sesuai langkah Polya dengan memanfaatkan komponen *commognitive*, yaitu *word use*, *visual mediator*, *narrative*, dan *routine*. Meskipun menggunakan strategi penyelesaian yang berbeda substitusi langsung, visual/gambar, dan coba-coba menggunakan triple Pythagoras ketiganya menunjukkan keterkaitan antara proses berpikir dan komunikasi matematika pada setiap tahap penyelesaian masalah, mulai dari memahami masalah hingga melihat kembali hasil yang diperoleh.

Perbedaan strategi yang digunakan memengaruhi pola penggunaan komponen *commognitive* pada masing-masing subjek. Subjek dengan strategi substitusi langsung lebih dominan menggunakan simbol dan prosedur formal, subjek dengan strategi visual menekankan peran gambar sebagai *mediator visual*, sedangkan subjek dengan strategi triple Pythagoras menunjukkan *routine* yang bersifat eksploratif melalui pencocokan pola bilangan. Temuan ini menunjukkan bahwa keberagaman strategi penyelesaian masalah mencerminkan variasi cara berpikir siswa, sehingga pembelajaran matematika perlu memberikan ruang bagi siswa untuk mengekspresikan dan mengembangkan proses *commognitive* sesuai dengan karakteristik dan gaya berpikir mereka.

## **REFERENSI**

- Halim, A., Marsidi, M., & Murtinasari, F. (2025). Analisis Commognitive Siswa Dalam Menyelesaikan Masalah Matematika Berbasis Kontekstual Pada Konsep Bilangan Bulat. *Prismatika: Jurnal Pendidikan Dan Riset Matematika*, 7(2), 297–308. <https://doi.org/10.33503/prismatika.v7i2.1096>

- Hidayat, A. F. (2020). Representasi Siswa Visual, Auditori Dan Kinestetik Dalam Menyelesaikan Masalah Matematika. *Jurnal Pendidikan Matematika*, 4(2), 74–84.
- Inayah, Z. M. (2024). *Commognitive Siswa Ditinjau Dari Gaya Kognitif Field Independent (FI) Dan Field Dependent (FD) Dalam Memecahkan Masalah Teorema Pythagoras* (Doctoral dissertation, IAIN Kediri).
- Kurniati, D., & Zayyadi, M. (2018). The Critical Thinking Dispositions of Students Around Coffee Plantation Area in Solving Algebraic Problems. *International Journal of Engineering and Technology(UAE)*, 7(2), 18–20. <https://doi.org/10.14419/ijet.v7i2.10.10946>
- Leong, Y. H., Tay, E. G., Toh, T. L., Quek, K. S., & Dindyal, J. (2011). Reviving Pólya's "Look Back" in a Singapore school. *Journal of Mathematical Behavior*, 30(3), 181–193. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2011.07.005>
- Mudaly, V., & Mpofu, S. (2019). Learners' Views on Asymptotes of a Hyperbola and Exponential Function: A Commognitive Approach. *Problems of Education in the 21st Century*, 77(6), 734–744. <https://doi.org/10.33225/pec/19.77.734>
- OECD. (2023). *Regional outlook 2023 policy highlights the longstanding geography of inequalities*. OECD Publishing. <https://doi.org/10.1787/92cd40a0-en>
- Polya, G. (1973). How To Solve It. Princeton: Princeton University Press. [https://notendur.hi.is/hei2/teaching/Polya\\_HowToSolveIt.pdf](https://notendur.hi.is/hei2/teaching/Polya_HowToSolveIt.pdf)
- Presmeg, N. (2016). Commognition as a Lens for Research. *Educational Studies in Mathematics*, 91(3), 423–430. <https://doi.org/10.1007/s10649-015-9676-1>
- Raj Acharya, B. (2017). Factors Affecting Difficulties in Learning Mathematics by Mathematics Learners. *International Journal of Elementary Education*, 6(2), 8. <https://doi.org/10.11648/j.ijeedu.20170602.11>
- Risma, A., & Isnarto, & hidayah. (2019). Kemampuan Pemecahan Masalah Matematika dalam Menyelesaikan Soal Cerita Berdasarkan Langkah Polya. *Prosiding Seminar Nasional Pascasarjana UNNES SEMINAR NASIONAL PASCASARJANA*.
- Rossydhha, F., Nusantara, T., & Sukoriyanto. (2021). Commognitive Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Persamaan Linier Satu Variabel. *Jurnal Pendidikan*, 6(1), 1–9. <http://journal.um.ac.id/index.php/jptpp/>
- Sfard, A. (2018). Commognition. In *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 1–7). Springer International Publishing. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-77487-9\\_100031-1](https://doi.org/10.1007/978-3-319-77487-9_100031-1)
- Sfard, A., & Avigail, S. (2007). When the rules of discourse change, but nobody tells you—the case of a class learning about negative numbers. *Journal of the Learning Science*, 16, 565–613.
- Sfard, A. (2008). Thinking As Communicating: Human Development, The Growth of Discourses, and Mathematizing. <https://doi.org/https://doi.org/10.1017/CBO9780511499944>
- Zayyadi, M., Lanya, H., Linarsih, Y., Nusantara, T., Danar Septiadi, D., & Dwi Windy Kusuma Ningtyas, Y. (2024). Prospective Teachers' Commognitive: The Pedagogical Knowledge in Designing Mathematics Class for Proving Trigonometric Identity. *Jurnal Pendidikan MIPA*, 25(2), 946–960. <https://doi.org/10.23960/jpmipa/v25i2.pp946-960>
- Zayyadi, M., Lutfiyah, & Pratiwi, E. (2023). Analisis Commognitive Siswa dalam Menyelesaikan Soal Non Rutin Commognitive Analysis of Students in Solving Non-Routine Problems. *Jurnal Axioma: Jurnal Matematika Dan Pembelajaran*, 8.

- Zayyadi, M., & Maulana, W. H. (2016). *Profil Berpikir Siswa Sekolah Monongah Kamuran Dalam Memecahkan Masalah Matematika Ditinjau Dari Gender*. 297–300.
- Zayyadi, M., Nusantara, T., Hidayanto, E., Sulandra, I. M., & As'ari, A. R. (2019). Exploring Prospective Student Teacher's Question on Mathematics Teaching Practice. *Journal of Technology and Science Education*, 9(2), 228–237. <https://doi.org/10.3926/jotse.465>
- Zayyadi, M., Nusantara, T., Subanji, Hidayanto, E., & Sulandra, I. M. (2019). A Commognitive Framework: The Process of Solving Mathematical Problems of Middle School Students. *International Journal of Learning, Teaching and Educational Research*, 18(2), 89–102. <https://doi.org/10.26803/ijlter.18.2.7>
- Zayyadi, M., & Subaidi, A. (2017). Berpikir Kritis Mahasiswa Dalam Memecahkan Masalah Aljabar. *Paedagoria*, 8(2), 10–15.